

Elektrotechnik – 5.

Elektromagnetische Induktion I

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

5. Elektromagnetische Induktion

1. Induktionsgesetz
2. Selbstinduktion
3. Energie des magnetischen Feldes
4. Kräfte an Grenzflächen

Grundprinzip

- Bisher: elektrisches Feld ruhender Ladungen (Elektrostatik) und magnetisches Feld konstanter Ströme (Magnetostatik)
- Sobald zeitliche Änderungen auftreten → Wechselwirkung zwischen elektrischen und magnetischen Feldern

Induktion: eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses erzeugt („induziert“) eine Spannung

Der Fluss kann sich auf zwei Arten ändern – weil sich das Feld ändert oder weil sich der Leiter bewegt. Beides sehen wir gleich.

Induktion: technische Anwendungen

- Generatoren (Energieerzeugung)
- Transformatoren (Spannungswandlung)
- Elektromotoren, Rekuperation bei E-Fahrzeugen
- Induktive Ladesysteme (Smartphones, E-Autos)
- Sensoren (z.B. induktive Näherungsschalter)
- Induktionsherd
- Wirbelstrombremsen

Bewegung eines Leiterstücks im Magnetfeld

Lorentzkraft: $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

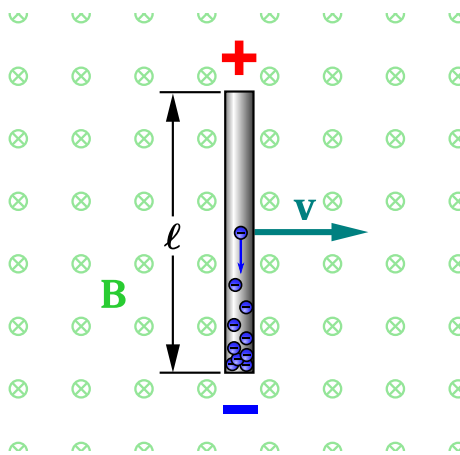
Kraft durch elektrische Feldstärke: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

Kräftegleichgewicht: $\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$

Spannung an den Leiterenden: mit $U = \vec{E} \cdot \vec{\ell}$ folgt:

$$U_{\text{ind}} = -(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{\ell}$$

Induzierte Spannung durch Bewegung im Magnetfeld



Das Induktionsgesetz in allgemeiner Form

Bewegtes Leiterstück ($\vec{v}$, $\vec{B}$, $\vec{\ell}$ senkrecht zueinander):

$$U_{\text{ind}} = -B \cdot \ell \cdot v = -B \cdot \frac{dA}{dt}$$

Allgemein gilt:

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Übergang auf N Windungen:

$$U = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Zwei Möglichkeiten der Induktion

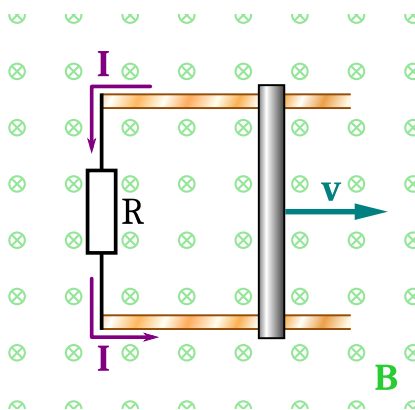
1. **Bewegungsinduktion:** Leiter und Magnetfeld bewegen sich relativ zueinander
2. **Ruheinduktion:** Magnetischer Fluss ändert sich bei ruhendem Leiter

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(A \cdot B)}{dt} = -\frac{dB}{dt} \cdot A - \frac{dA}{dt} \cdot B$$

Induzierter Strom

Verbindet man die Enden des Leiterstücks über einen Widerstand R (der sich nicht mitbewegt), so fließt ein **induzierter Strom**:

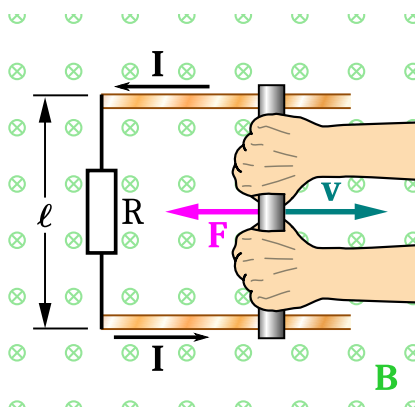
$$I = \frac{U}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$



Die Lenz'sche Regel

Die induzierte Spannung ist stets so gerichtet, dass ein durch sie hervorgerufener Strom **der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt**.

Erklärung: die Energie, die am Widerstand in Wärme umgesetzt wird, stammt aus der mechanischen Arbeit, die aufgewendet werden muss, um die Flussänderung zu erzeugen – die Lenz'sche Regel ist Ausdruck der **Energieerhaltung**.



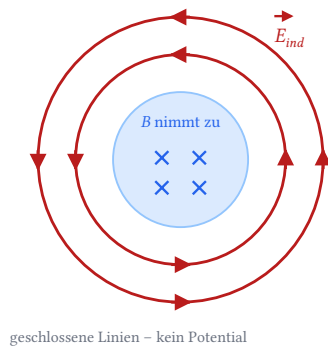
Das induzierte elektrische Wirbelfeld

Wichtige Erkenntnis: Bei Induktion ist die Spannung U_{ind} **keine Potentialdifferenz!**

- Das zeitlich veränderliche Magnetfeld erzeugt ein elektrisches **Wirbelfeld**
- Dieses Feld ist **nicht konservativ** – es existiert kein Potential

$$U_{\text{ind}} = \oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

Ein Umlaufintegral entlang der Leiterschleife – über einen **geschlossenen** Weg!



Vergleich: Elektrostatik vs. Induktion

Elektrostatik: wirbelfrei, konservativ, Potential existiert:

$$\oint \vec{E}_{\text{stat}} \cdot d\vec{s} = 0$$

Elektromagnetische Induktion: das induzierte Feld ist nicht wirbelfrei:

$$\oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Dies ist das **Faraday'sche Induktionsgesetz**.

Die fundamentalen Integralgleichungen der Elektrodynamik

Größe	Elektro-/Magnetostatik	Elektrodynamik
$\vec{D}$	$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$	$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$
$\vec{E}$	$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$	$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$ (Induktionsgesetz)
$\vec{B}$	$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
$\vec{H}$	$\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$	(hier nicht behandelt)

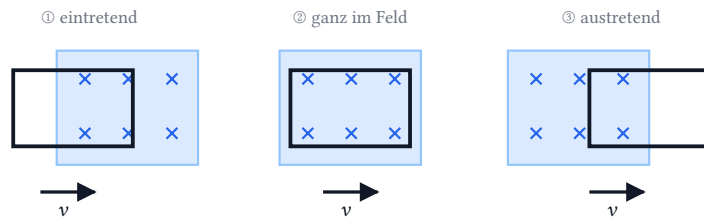
Fazit: Zeitlich veränderliche Felder koppeln elektrische und magnetische Phänomene!

Beispiel: Bewegte Leiterschleife im Magnetfeld

Rechteckige Leiterschleife bewegt sich mit $\vec{v}$ durch ein homogenes, räumlich begrenztes Magnetfeld:

- **Eintreten:** zunehmender Fluss $\rightarrow U_{\text{ind}} \neq 0$
- **Vollständig im Feld:** konstanter Fluss $\rightarrow$ keine Induktion!
- **Austreten:** abnehmender Fluss $\rightarrow U_{\text{ind}} \neq 0$ (umgekehrtes Vorzeichen)

Merksatz für die Skizze: $u(t)$ ist die (negative) Steigung von $\Phi(t)$.



$\times = B$ in die Zeichenebene hinein; außerhalb des blauen Bereichs ist $B = 0$



Aufgabe 14: Induktion

Im Luftspalt eines Ferritkerns (Querschnitt $A_1 = 4 \text{ cm}^2$) sitzt eine bewegliche Messspule ($N_2 = 10$ Windungen, Fläche $A_2 = 1 \text{ cm}^2$). Das Feld erzeugt eine feste Spule mit $N_1 = 2000$ Windungen; $R_{m, \text{ges}} = 10^7 \text{ H}^{-1}$. Ab $t = 0$ wird die Messspule mit konstanter Geschwindigkeit herausgezogen; nach $0,1 \text{ s}$ ist sie vollständig draußen.

- Skizzieren Sie qualitativ $\Phi_2(t)$ durch die Messspule und die induzierte Spannung $u(t)$.
- Welcher Fluss Φ_2 durchsetzt die Spule anfangs, damit $U_{\text{ind}} = 10 \text{ mV}$ beträgt?
- Welche Flussdichte B herrscht dann im Luftspalt, und welcher Gesamtfluss Φ_1 durchsetzt die feste Spule (A_1)?
- Welcher Strom I muss durch die feste Spule fließen?

Zwischenstand & Ausblick

Heute:

- Induktionsgesetz $U = -N \frac{d\Phi}{dt}$ – der Fluss ändert sich durch **Bewegung** oder durch ein **veränderliches Feld**
- Lenz: der induzierte Strom wirkt seiner Ursache entgegen (Energieerhaltung)
- Die induzierte Spannung ist **keine** Potentialdifferenz: das induzierte $\vec{E}$ -Feld ist ein Wirbelfeld
- Für Skizzen: $u(t)$ ist die (negative) Steigung von $\Phi(t)$

Nächste Woche: Selbstinduktion – eine Spule induziert eine Spannung in sich selbst, und daraus wird die Induktivität L .